Модели разрушения структур сетевых моделей

О. А. Коновалов, email: Oleg-070707@yandex.ru [1]
В. Н. Забавников, email: Zab_vn@rambler.ru [1]
В. С. Никитин, email: Nikvs@yandex.ru [1]
А. П. Чернышов, email: Cherntol19@yandex.ru [1]

[1] ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия» (г. Воронеж)

Аннотация. *В статье представлены модели разрушения структур некоторых видов сложных систем. Проведен анализ критериев разрушения систем древовидной структуры. Рассмотрен метод декомпозиции системы на подсистемы и условия устойчивости систем. Показано, что именно оптимизация является одним способов разрушения структуры сложной системы.*

Ключевые слова: *система, структура, декомпозиция, оптимизация.*

Введение

Современные исследования направлены на освоение новых принципов и глобальных «стандартов» управления организационно-техническими и сетецентрическими системами. Подобные многоуровневые системы сетецентрической интеграции и мобильных объектов различного назначения рассматриваются в качестве полномасштабного применения графодинамических систем с управлением в едином информационнно-функциональном пространстве управления с их взаимодействием в реальном времени [1]. Однако разработка глобальной информационной системы пока остается нерешенным этапом в создании интегрированного пространства управления.

Необходимо отметить, что разрушить или дестабилизировать подсистемы глобальных информационных сетей весьма проблематично. В общем случае проблема разрушения структур систем исследована недостаточно и представляет научный интерес.

1. Формализованная постановка задачи исследования

Пусть известна структура двухуровневой системы. Задачей является декомпозиция системы на относительно независимые подсистемы и дальнейшая их оптимизация с целью разрушения.

Получив решение данной задачи и оптимальную структуру новой системы, можно утверждать, что ее можно гарантировано разрушить с заданной степенью вероятности.

В случае, если структура двухуровневой системы определяется структурой исходной задачи, то подзадачи нижнего уровня формируются в соответствии с блоками ограничений на переменные, а общие ограничения переносятся в связующую задачу верхнего уровня. Однако такой подход не всегда приводит к желаемым результатам вследствие несоответствия блоков исходной задачи структуре моделируемого объекта, а также при переносе ограничений в задачу верхнего уровня существенно возрастает размерность исходной задачи.

Вследствие разрыва взаимосвязей блоков подсистемы нижнего уровня иерархии формально становятся независимыми. При этом на верхнем уровне реализуется функция согласования решений с целью получения оптимального решения задачи.

При декомпозиции системы путем разложения переменных используются, как правило, следующие способы согласования [2]:

1. Стимулирование. На верхенем уровне иерархии реализуется стимулирование переменных и производится регулирование коэффициентов целевой функции подсистемы нижнего уровня.
2. Фиксирование. На верхенем уровне иерархии фиксируются соответствующие значения параметров, и осуществляется их регулирование.
3. Оценка. На верхенем уровне иерархии указывается диапазон воздействия на переменные с целью влияния на процесс согласования.
4. Прогнозирование. На верхенем уровне иерархии реализуется функция, позволяющая прогнозировать воздействия со стороны других подсистем. Эта функция, как правило, корректируется.

Известные методы декомпозиции системы взаимосвязанных объектов на подсистемы сводятся к разбиению системы на неопределенное число подсистем, но на практике их реальное число не прогнозируемо. Рассмотрим задачу, когда число подсистем априорно.

Пусть задана система взаимосвязанных элементов $S = \{s_1, \ldots s_m\}$, состоящая из подсиситем A, B и C, для которой задана функция сложности [2] $r(A)$ подсистем $A \subset S$. При этом должны выполняться следующие условия:

$$r(A) \geq 0; , \tag{1}$$

$$r(\varnothing) = 0; \tag{2}$$

$$r(A \cup B) \geq r(A) + f(B). \tag{3}$$

Пусть также задана функция близости (силы связей) $\varphi(A,B)$ подсистем $A,B\subset S$, которая обладает свойствами рефлексивности $\varphi(A,A)=0$ и симметричности $\varphi(A,B)=\varphi(B,A)$ соответственно, и обладающая следующими свойствами:

$$\varphi(A,B)\geq 0;, \tag{4}$$

$$\varphi(A,\varnothing)=0;, \tag{5}$$

$$\varphi(A,B\cup C)\geq \varphi(A,B);, \tag{6}$$

$$\varphi(A,B\cup C)\leq \varphi(A,B)+\varphi(A,C);, \tag{7}$$

Аналогичным требованиям удовлетворояют и аддитивные функции:

$$\varphi(A,B\cup C)=\varphi(A,B)+\varphi(A,C)-\varphi(A,B\cap C);, \tag{8}$$

$$r(A\cup B)=r(A)+r(B)+\psi(A,B);, \tag{9}$$

Под сложностью подсистемы понимается время выполнения операций, объем поступающей информации, размерность рассматриваемой задачи и т.п. Под функцией силы связей (близости) элементов подсистемы понимается число накладываемых ограничений, интенсивность ресурсных потоков и т.п. [2].

Систему S представим в виде графа $G(S,U)$. В вершинах графа находятся элементы $r(s_m)$, т.е. $s_m\in G$, а дуги графа G отражают взаимосвязь с вершинами $(s_m,s_n)\in U$, характеризуемую дуговыми числами $\varphi(s_m,s_n)\geq 0$.

Определение 1. Декомпозицией системы S будем называть совокупность подситем $\left\{S_j \middle| j\in J\right\}$, если $S_j\subset S$; $S_j\neq\varnothing$; $S_i\cap S_j=\varnothing$, $i\neq j;\ i,j\in J$, $\bigcup\limits_J S_j=S$.

Формализованная постановка задачи поиска оптимальной декомпозиции системы записывается следующим образом:

$$\frac{1}{2}\beta_\varphi\sum_i\sum_j\varphi_r\left(S_i,S_j\right)+\beta_r\sum_j r\left(S_j\right)\to \min, \tag{10}$$

в области ограничений (11)-(15):

$$r\left(S_j\right)\leq\overline{r},\quad j\in J; \tag{11}$$

$$S_j\neq\varnothing,\quad j\in J; \tag{12}$$

$$S_i \subset S, \quad j \in J; \tag{13}$$

$$S_i \bigcap S_j, \quad i, j \in J; \quad i \neq j; \tag{14}$$

$$\bigcup_J S_j = S, \tag{15}$$

где $\overline{r}$ – максимальная допустимая сложность системы, а β_r, β_φ – априорные коэффициенты.

2. Способы и модели разрушения структур сетевых моделей

Частные случаи и некоторые модели структурного разрушения систем простой древовидной структуры рассмотрены в [3]. Рассмотрим их подробнее.

Пусть $G = (S, U)$ – граф, соответствующий структуре системы, где S и U – множества вершин и ребер. Примем, что каждой вершине $s \in S$ поставлены в соответствие веса $\varphi(s)$ и $\overline{\varphi}(s)$, отражающие текущую и предельную загрузку элемента системы.

Пусть $\tilde{S}_t = \left\{ \tilde{s}_n^t \right\} \subseteq S$, $n = 1, 2, 3, \ldots$, $\left| \tilde{S}_t \right|$ – множество вершин, вышедших из строя на момент времени t, а $\xi(\tilde{s}_n^t) = \left\{ s_m^n \right\}$ – множество вершин, смежных с вершины $\tilde{s}_n^t$. Тогда процесс структурного разрушения формализуется следующим образом.

В момент $t = 0$ из вершин формируется множество $\tilde{S}_1$, для которого $\varphi_0(\tilde{s}_n) \geq \overline{\varphi}(\tilde{s}_n)$, а в остальные моменты времени $t = 1, 2, 3, \ldots, T$, выполняется правило:

$$\varphi_{t+1}(s_m^n) = \varphi_t(s_m^n) + \varepsilon_n \cdot \overline{\varphi}(\tilde{s}_n), \; m = 1, 2, \ldots, \left| \xi(\tilde{s}_n^t) \right|, \; n = 1, 2, \ldots, \left| \tilde{S}_t \right|, \tag{16}$$

где ε_n – коэффициент распределения загрузки.

Структурное разрушение при $\varepsilon_n = 1/\deg \tilde{s}_n^t$ называется равномерным. Символом $\deg \tilde{s}_n^t$ обозначается степень вершины $\tilde{s}_n^t$. При этом, если $\varphi_{t+1}(s_m^n) \geq \varphi_t(s_m^n)$, то вершина s_m^n удаляется из графа G и $(\tilde{S}_{t+1} + s_m^n)$. В случае равенства $\varphi(s) = \overline{\varphi}(s)$ считается, что элемент системы выходит из строя, а проходящие через него потоки ресурсов и весов равномерно перераспределяются между смежной и удаленной вершиной графа.

В случае разрушения одного или нескольких элементов системы, возможен ее переход в критическое состояние, при котором она не сможет выполнять свой функции. Система считается разрушенной, если изменения в ее структуре соответствуют критериям отказа. Следовательно, необходимо исследовать различные структуры сложных систем и выявить связь между типом такой структуры и временем структурного разрушения системы T_h.

Частным случаем связного ациклического графа (деревьев) $G = (S, U)$ является граф-цепь $C = (S_C, U_C)$ с множеством вершин S_C, состоящих из двух висячих вершин – концов цепи со степенями равными единице, и внутренних вершин со степенями, равными двум.

В [3] предложены следующие критерии разрушения для графа-цепи $C = (S_C, U_C)$, $|S_C| = l$, $l \geq 3$ с равными для всех его вершин $s \in S_C$ весами $\varphi_0(s)$ и $\overline{\varphi}(s)$. Рассмотрим их подробнее.

1. Критерий полного разрушения $\sigma_0(q)$ (q – число удаленных вершин в начальный момент разрушения). Система считается разрушенной, если в системе вышли из строя все элементы.

2. Критерий связности $\sigma_1(q)$. Система считается вышедшей из строя, если нарушена связность ее структуры при удалении вершин.

3. Компонентный критерий $\sigma_2(q, p)$. Система считается разрушенной, если число компонент в структуре системы при ее разрушении станет больше заданного числа p.

4. Диаметральный критерий $\sigma_3(q, \eta)$. Система считается разрушенной, если диаметр хотя бы одной из компонент структуры системы в процессе разрушения окажется меньше заданного числа η.

Рассмотренные критерии зависят от числа удаленных вершин q в начальный момент времени структурного разрушения, $(p - 1)$ – максимального числа компонент структуры при ее разрушении и η – минимального допустимого диаметра компонент структуры при ее разрушении соответственно.

Также в [3] доказано, что всякий граф-цепь будет разрушен в случаях:

1. По критерию $\sigma_0(1)$, если удалить одну из висячих вершин за время $T_h = l$.

2. По критерию $\sigma_0(1)$, если значения $\varphi_0(s)$ и $\overline{\varphi}(s)$ равные для всех вершин графа-цепи и выполняется условие $\overline{\varphi}(s) - \varphi_0(s) \leq \overline{\varphi}(s) / 2$,

то граф-цепь будет разрушен при удалении одной из внутренних вершин за время $T_h = \varepsilon(s) + 1$, где $\varepsilon(s)$ – эксцентриситет вершины, $s \in V_C$, а также и центральной вершины за время $T_h = \mu(C) + 1$, где $\mu(C)$ – радиус графа-цепи, $C = (S_C, U_C)$.

3. По критерию $\sigma_1(q)$, если удалить хотя бы одну невисячую вершину.

4. По критерию $\sigma_2(q, p)$, если число попарно несмежных внутренних вершин-эпицентров равно $q = p - 1$.

5. По критерию $\sigma_3(q, \eta)$ при удалении центральной вершины (эпицентра) или внутренней вершины, когда она является эпицентром.

Аналогичные случаи разрушения справедливы и для одноцентровых и двухцентровых деревьев за время $T_h = 1$.

Для систем, предназначенных для реализации процессов распределения ресурсов и в основу функционирования которых положены сетевые принципы планирования и управления, предлагается рассмотреть следующий подход к разрушению их структур.

В [4] разработан метод оптимизации структуры сетевой модели путем минимизации резервов времени операций. В основу метода положен алгоритм перераспределения трудовых ресурсов по операциям сетевой модели путем их снятия с некритических операций сетевой модели и перераспределения их на критические. При таком подходе основным условием является нахождение такого момента времени, при котором резервы времени некритических операций будут минимальным (равным нулю).

При выполнении этого условия получим сетевую модель, в которой все пути одинаковы и являются критическими, т.е. оптимальной по структуре. Отметим, что ресурсы в такой сетевой модели распределены оптимально. Для доказательства вышеизложенного подхода рассмотрим следующую теорему [5].

Теорема 1. Для того чтобы время выполнения комплекса операций при заданном распределении ресурсов можно было уменьшить, необходимо и достаточно, чтобы в сетевой модели отсутствовал критический путь.

Необходимость. Рассмотрим доказательство методом от противного. Предположим, что время выполнения комплекса операций можно уменьшить на $\Delta\tau'$, перераспределив ресурсы с некритических операций на критические. Очевидно, что критический путь сетевой модели и временные параметры выполнения операций, с которых будут перераспределяться ресурсы, изменятся, хотя бы при одном таком перераспределении. При этом новые поздние моменты операций, с которых были сняты ресурсы – увеличатся на величину $\Delta\tau'$, считая, что время выполнения комплекса операций останется прежним. Таким образом, получим, что при том же распределении ресурсов и времени окончания комплекса операций резерв времени операции критического пути увеличится в результате изменения моментов перераспределения ресурсов. Но операции критического пути нельзя увеличить изменением моментов перераспределения ресурсов при постоянных потоках ресурсов и времени окончания комплекса операций.

Достаточность. Рассмотрим разрез сети из дуг (i, j) таких, что полный резерв времени $R_{(i,j)}^{полн} > 0$ и все операции $l_{(i,j)} \in L$ имеют ненулевые резервы времени. Отметим, что функция зависимости скорости выполнения операции от количества ресурсов является кусочно-постоянной, неубывающей, непрерывной справа функцией и равной нулю в нуле. При снятии ресурсов с некритических операций и перераспределении их на критические, уменьшив поздние моменты начала операций и назначения ресурсов на величину $\Delta\tau' = \min\limits_{L} \Delta\tau'_{(ij)}$, время окончания проекта уменьшится на величину $\Delta\tau'$.

Теорема 1 доказана.

Следовательно, если все пути сетевой модели критические, то, очевидно, что «минимально необходимое воздействие» (внешнее или внутреннее) приведет такую систему к разрушению, или дестабилизации параметров сетевой модели (времени функционирования, финансовых и трудовых затрат). Под «минимально необходимым воздействием» могут пониматься методы экономического стимулирования или искусственного конфликта. При этом любая попытка исправить ситуацию приведет систему к дисбалансу.

Заключение

Таким образом, для ряда частных случаев оптимизация теряет свой физический смысл при решении задач оптимального распределения ресурсов, так как является следствием разрушения, дестабилизации и деструктуризации сетевых структур и моделей.

Список литературы

1. Затуливетер, Ю. С. Графодинамические системы с сетецентрическим управлением в математически однородном поле компьютерной информации / Ю. С. Затуливетер, Е. А. Фищенко // Управление большими системами. – 2010. – № 30.1 (Спец. выпуск). – С. 567-604.

2. Анфилатов, В. С. Системный анализ в управлении : учебное пособие / В. С. Анфилатов; Под ред. А.А. Емельянова. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 368 с.

3. Кочкаров, А. А. Топологические аспекты разрушения сложных систем с ациклической структурой / А. А. Кочкаров, М. Б. Салпагаров, Р. А. Кочкаров // Управление большими системами. – 2007. – № 17. – С. 103-120.

4. Коновалов, О. А. Метод оптимизации структуры детерминированной сетевой модели / О. А. Коновалов, Е. В. Коновальчук, К. А. Малыков, Ю. С. Сербулов // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии. – Воронеж, 2012. – №2. – С. 111-116.

5. Сербулов Ю. С. Управление распределением и потенциалом трудовых ресурсов организации при оптимизации структур сетевых моделей : монография / Ю.С. Сербулов, О.А. Коновалов, О.В. Курипта; М-во образования и науки РФ, ФГБОУ ВПО «ВЛГТА». – Воронеж, 2014. – 191 с.